

Angebot für eine Bachelor-Arbeit

„Sensitivitätsanalyse von hochdimensionalen Funktionen“

Ansprechpartner: Prof. Dr. Roland Pulch, G 14.05, Tel. (0202) 439-3777 o. -4779,
email: pulch@math.uni-wuppertal.de

Wir betrachten reellwertige Funktionen in mehreren Variablen, d.h. $f : [0, 1]^Q \rightarrow \mathbb{R}$, wobei die Anzahl der Variablen hoch sei (z.B. $Q = 20 - 100$). In manchen Anwendungen liefern jedoch nur wenige Variablen (z.B. ca. 5) einen wesentlichen Beitrag zu Änderungen in der Funktion. Die übrigen Variablen haben wenig Einfluss auf die Funktion und können konstant gesetzt werden, wodurch die hochdimensionale Funktion durch eine niedrigdimensionale Funktion hinreichend genau approximiert werden kann. Eine Verbindung zur Stochastik besteht darin, dass man die Variablen von f als unabhängige gleichverteilte Zufallsvariablen interpretieren kann und den Erwartungswert sowie die Varianz von f betrachtet.

Thema dieser Arbeit ist eine Sensitivitätsanalyse der Funktion f , d.h. die Quantifizierung des Einfluss jeder einzelnen Variable auf die Funktion. Hierzu dient die Sobol-Zerlegung der Funktion, welche eine endliche Summe von Funktionen mit aufsteigender Variablenanzahl $1, \dots, Q$ darstellt. Die Sobol-Zerlegung führt auf Sensitivitätskoeffizienten der Variablen. Eine offene Frage ist die effiziente Bestimmung dieser Koeffizienten im hochdimensionalen Fall. Beispielsweise können Näherungen für die Koeffizienten aus einer Entwicklung der Funktion f in eine Reihe mit orthogonalen Basispolynomen erhalten werden. Zur Auswertung der Näherungen sind numerische Quadraturen durchzuführen, da die Sobol-Zerlegung Integrale beinhaltet. In der Arbeit soll dann ein Verfahren zur näherungsweise Bestimmung der Sensitivitäten implementiert werden. Der Algorithmus ist an mehreren Beispielfunktionen zu testen.

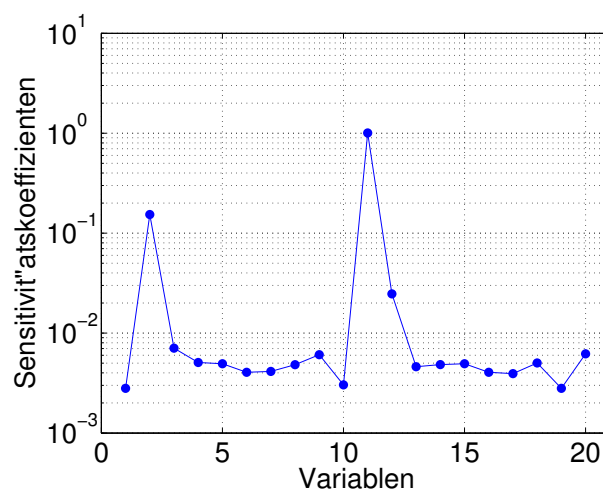


Abbildung 1: Sensitivitätskoeffizienten zu einer Beispielfunktion in 20 Variablen (logarithmische Skala). Man erkennt, dass nur 3 Variablen einen Beitrag von mehr als 10^{-2} liefern und daher für die Funktion entscheidenden Einfluss haben.

Aufgabenstellung:

- Einarbeitung in Sobol-Zerlegung
- Einarbeitung in Reihenentwicklungen mit orthogonalen Basispolynomen
- Implementierung eines Algorithmus für Sensitivitätskoeffizienten (z.B. mit Softwarepaket MATLAB)
- Testen des Algorithmus an mehreren Beispielfunktionen

Alternativen/Erweiterungen:

- Konstruktion von eigenen Beispielfunktionen
- Anwendung auf beta-verteilte Zufallsvariablen

Vorkenntnisse:

- Einführung in die Numerische Mathematik
- Grundlagen aus der Stochastik

Mögliche Kooperationen:

- Prof. Dr. Peter Rentrop (TU München)
- Dr. Utz Wever (Siemens AG, München)